Inteligența Artificială ca știință, are drept scop să confere calculatoarelor o serie de posibilități pentru realizarea unor sarcini, pe care decidentul uman este capabil să le facă. Abordările din Inteligența Artificială sunt utile în conceperea de sisteme care sprijină rezolvarea unor probleme complexe, cum ar fi înțelegerea limbajului natural, recunoaşterea de forme, conducerea de procese, clasificare etc. Studiul proceselor de raționament şi de comportament inteligent se referă la înțelegerea, reprezentarea şi rezolvarea problemelor. Sistemele bazate pe cunoştințe aparțin acestui domeniu. Disciplina "Inteligență Artificială" a fost inițiată în 1956 de către John McCarthy, Marvin Minsky, Allen Newell şi Herbert Simon de la Dartmouth College, având drept obiectiv formalizarea acțiunii inteligente. O definiție riguroasă a Inteligenței Artificiale simbolice se bazează pe o serie de cunoştințe concrete ale acestei discipline şi în mod special pe fundamentele logice ale acesteia. Logica este o disciplină anterioară cu mult Inteligenței Artificiale, care s-a dezvoltat din motive şi cu obiective diferite de cele specifice Inteligenței Artificiale. Logica matematică s-a constituit la începutul secolului pentru a răspunde la o serie de probleme fundamentale din matematică, obiectivul inițial fiind cercetarea noțiunii de calculabilitate şi demonstrație. Ideea de bază a logicii o reprezintă studiul raționamentelor în diverse teorii formale, motiv pentru care Inteligența Artificială simbolică se bazează pe aceste formalisme.

Logica matematică s-a dezvoltat în trei mari direcții: **i**) *Teoria modelelor*. Modelul este considerat ca un concept principal al semanticii limbajelor de ordinul întâi. Teoria modelelor are drept obiectiv descrierea modelelor unor teorii axiomatice, în scopul evidențierii structurilor lor matematice (algebrice, topologice); **ii**) *Teoria demonstrației*. În acest caz este importantă noțiunea de demonstrație, putând fi studiate probleme de complexitate a demonstrațiilor unei aceleiaşi teoreme, în conformitate cu diferite sisteme deductive sau limbaje (regularitate, echivalențe, similitudini); **iii**) *Teoria calculabilității*. Este cazul studierii noțiunii intrinseci de funcție calculabilă, cu diferitele ei modele: maşina Turing, funcțiile recursive, λ-calculul şi logica combinatorie cu o serie de proprietăți. Pornind de la aceste noțiuni se poate studia conceptul de decidabilitate, însoțit de un studiu al diverselor modele pentru demonstrarea decidabilității sau nedecidabilității teoriilor matematice. Teoria complexității abstracte, care utilizează în general diferite variante ale maşinii Turing (ca model de calcul elementar pentru evaluarea resurselor de calcul necesare în rezolvarea unor probleme date), permite stabilirea claselor de complexitate pentru problemele decidabile [LR96].

Trebuie de subliniat unitatea acestor trei mari problematici. Noțiunile de calcul şi demonstrație sunt strâns legate, putând fi stabilite corespondențe precise între ele. Teoria modelelor poate contribui în probleme de decidabilitate şi poate furniza justificarea semantică a regulilor de inferență şi a sistemelor de demonstrare automată. Această unitate este o caracteristică esențială a logicii, care reprezintă un corp teoretic de referință. Din perspectiva Inteligenței Artificiale simbolice, se regăsesc tendințele specifice celor trei caracteristici prezentate mai sus: semantică şi teoria modelelor, demonstrație şi raționament, calculabilitate şi complexitate, dar cu modalități adesea distincte în raport cu teoriile specifice strict logicii matematice.

Din punct de vedere al aportului logicii din perspectiva sistemelor de Inteligență Artificială, putem menționa: i) În plan teoretic logica contribuie cu o serie de elemente de concepție şi metode de tipul trilogia sintaxă/semantică/ decizie, inferență, coerență (verificarea coerenței bazelor de cunoştințe, sisteme de menținere a adevărului), decidabilitate (de exemplu logica prin lipsă nu este semidecidabilă, contrar logicii de ordinul întâi, anumite logici temporale sunt decidabile, altele nu), complexitatea metodelor de decizie. Logica constituie deci un model de referință pentru fundamentarea sistemelor simbolice de Inteligență Artificială. ii) Formalizarea diferitelor tipuri de raționament. Logica are un rol normativ chiar în absența unor cunoştințe certe. Demonstrarea automată, limbajele de reprezentare a cunoştințelor, limbajele de programare logică, reprezintă toate mijloace care sprijină şi integrează metode de raționament. Logica utilizată în descrierea şi concepția unui sistem de Inteligență Artificială nu este exact cea care se aplică direct din punct de vedere a fundamentelor matematice clasice. Logicile matematice se caracterizează printr-o clasificare grosieră, care nu distinge între două reprezentări ale aceluiaşi obiect, în timp ce sistemele de Inteligență Artificială sunt riguros sensibile la diferitele modalități de reprezentare ale acestuia, mai ales în prezența unor caracteristici incerte şi imprecise. Semantica intensională este utilizabilă în capturarea importantelor aspecte ale acestui fenomen.

În timp ce practicienii şi cercetătorii îşi continuă eforturile de concepție şi construire de sisteme complexe din domeniul Inteligenței Artificiale, s-a conştientizat faptul că incertitudinea nu este prezentă numai în cunoştințele oamenilor. Permiterea unui anumit grad de incertitudine în descrierea sistemelor complexe constituie poate cel mai semnificativ mod de simplificare a lor. Diferitele tipuri ale incertitudinii pot fi caracterizate şi investigate în mod riguros în contextul teoriei mulțimilor fuzzy. În felul acesta, abilitatea de a opera într-un mediu incert sau parțial cunoscut, reprezintă una din performanțele de bază a oricărui sistem de Inteligență Artificială de timp real. Aceste sisteme trebuie concepute ca sisteme multiagent cu posibilitatea de a combina diferite tehnici bazate pe cunoştințe (în scopul achiziționării şi procesării informației), cu metode de raționament aproximativ. Acest lucru va permite sistemului de Inteligență Artificială să emuleze mai bine procesul uman de luare a deciziilor, caracterizat şi el prin cunoştințe imprecise şi variabile în timp.

Calculul în timp real reprezintă un domeniu de cercetare intens, întrucît corectitudinea funcționării unui sistem într-un mediu dinamic şi distribuit nu depinde numai de logica realizării acestuia, ci şi de aspectele temporale implicate. Astfel de sisteme includ şi sisteme de Inteligență Artificială, supuse la diverse restricții complexe de timp, cuprinzînd diferite nivele de granularitate a timpului.

Cunoştinţele temporale reprezintă un aspect esenţial pentru un mare număr de aplicaţii de Inteligenţă Artificială (planificare, conducerea de procese tehnologice, gestiunea situaţiilor dinamice). Un sistem inteligent trebuie să aibă capacităţi de raţionament care să ţină cont de o serie de evenimente ce pot apare în proces: întreruperi, limitări ale timpilor de prelucrare, caracterul sincron sau asincron privind apariţia de noi informaţii. Considerarea timpului trebuie să evidenţieze două aspecte complementare: gestiunea informaţiilor temporale şi formalizarea raţionamentelor asupra timpului şi în timp real. Anumite abordări se bazează pe modele numerice, iar altele pe reprezentări simbolice ale timpului. Raţionamentul supus la restricţii de timp real prezintă caracteristici specifice: funcţionarea în timp real implică adesea un raţionament temporal, invers acest aspect nefiind întotdeauna adevărat [Hat91].

Prezenta carte se situează în câmpul cercetărilor din domeniul sistemelor simbolice de Inteligenţă Artificială, aplicate în conducerea proceselor şi luarea deciziilor bazată pe cunoştinţe de tip planificare. Caracteristica fundamentală a acestor sisteme o reprezintă procesarea cunoştinţelor fuzzy implicate în sinteza unor decizii. Considerăm în felul acesta că lucrarea abordează o problematică actuală şi puţin dezbătută în special în domeniul sistemelor expert fuzzy de conducere. Sunt evidenţiate raporturile dintre conducerea convenţională şi cea inteligentă, prin prisma sistemelor de planificare şi a sistemelor multiagent. Sistemele bazate pe cunoştinţe cu funcţionare în timp real posedă caracteristici pe care majoritatea sistemelor clasice nu le au: raţionamentele sunt evolutive şi nemonotone din cauza caracterului dinamic al aplicaţiei, iar evenimentele pot schimba starea sistemului expert de conducere. Arhitecturile de conducere bazate pe tehnici simbolice dobândesc caracteristici specifice domeniului problemei şi tipului de sistem expert înglobat în structura de conducere.

Sistemele simbolice de Inteligenţă Artificială sunt ghidate de scop, iar căutarea soluţiei unei probleme în spaţiul acesteia reprezintă caracteristica lor fundamentală. Se poate evidenţia o relaţie de cvasicontinuitate între task-urile specifice unui domeniu de problemă caracterizat prin informaţii sau cunoştinţe suficiente în vederea atingerii unui obiectiv (*cazul 1*) şi cele specifice unui domeniu în care cunoştinţele sunt insuficiente, contradictorii, incerte sau imprecise (*cazul 2*). În primul caz există algoritmi expliciţi care transformă mulţimea datelor de intrare într-o mărime de ieşire corespunzătoare. Nu există noţiunea de căutare sau backtracking. Orice abateri în timpul de execuţie sunt asociate în mod unic numai dependenţelor dintre date, acesta fiind cazul task-urilor convenţionale de timp real. În al doilea caz, fie caracteristicile task-urilor, fie interacţiunile cu domeniul problemei nu sunt complet cunoscute. Sunt necesare euristici de căutare în spaţiul problemei pentru determinarea unui rezultat satisfăcător, existând abateri mari în timpii de execuţie. Datorită acestor abateri asociate task-urilor de rezolvare a problemelor, metodele tradiţionale de concepţie a sistemelor de timp real nu pot fi direct aplicate în cazul al doilea. Creşterea cunoştinţelor implicate în rezolvarea problemei poate fi aplicată în vederea reducerii abaterilor datorate căutărilor. Căutarea se manifestă la cele două nivele în rezolvarea unei probleme: nivelul de regăsire a cunoştinţelor şi nivelul cunoştinţelor specifice aplicaţiei (spaţiul problemei). Există o serie de metode pentru implementarea acestor două niveluri.

Includerea unei metrici de timp real creează probleme în semantica modelelor concurente şi poate complica problema de verificare a sistemului. Verificarea acestor sisteme impune satisfacerea restricţiilor datorate mediului şi implementării, fiind necesară o analiză cantitativă prioritară unei analize calitative [Sta93].

Conducerea presupune o legătură strânsă dintre proces şi sistemul de conducere, care trebuie să reacţioneze la evenimentele care apar. În contextul de faţă, sistemul de conducere posedă anumite proprietăţi de Inteligenţă Artificială, dacă în prezenţa unor informaţii de orientare minimă provenite de la expertul uman, el poate realiza acţiuni complexe ca răspuns la evenimentele provenite din mediul exterior. Inteligenţa poate include abilitatea de acceptare a unor specificaţii abstracte de task-uri într-o formă generală de *scopuri/restricţii* şi producerea unor acţiuni rezonabile care sunt în acord cu specificaţiile. În orice sistem de Inteligenţă Artificială de timp real există un compromis fundamental între acţiune şi raţionament. Timpul este o resursă preţioasă care se consumă dacă sistemul trebuie să realizeze raţionamente asupra acţiunilor înainte de execuţia lor. Acest consum de timp poate limita numărul alternativelor de acţiuni dorite şi prin aceasta task-ul de raţionament devine mult mai dificil de realizat. În anumite cazuri, insuccesul unei acţiuni poate fi cea mai defavorabilă soluţie, iar în alte cazuri oricare dintre acţiuni poate fi mai bună decât lipsa totală de acţiune. Timpul necesar pentru raţionament poate avertiza asupra anumitor întârzieri sau dezastre.

Eficienţa unui sistem de Inteligenţă Artificială de timp real depinde de abilitatea acestuia de alocare a eforturilor de raţionament în concordanţă cu situaţiile din proces. Alocarea este de multe ori dificil de realizat din cauza numeroaselor supraîncărcări de informaţii. Starea vizibilă a procesului este uriaşă şi poate conţine informaţii incomplete, contradictorii sau incerte, ceea ce impune utilizarea unor module în structura sistemului de conducere de tip rezolvitoare de probleme. În plus, aceste informaţii se schimbă adesea rapid. Este practic imposibil pentru un sistem de timp real bazat pe tehnici de Inteligenţă Artificială simbolică să prelucreze complet toată informaţia la un moment dat şi să aleagă un fir de raţionament convenabil, în conformitate cu respectarea tuturor restricţiilor de timp real.

De aceea, aceste sisteme trebuie să-şi focalizeze atenţia asupra unor subprobleme importante şi să aloce resursele disponibile în mod corespunzător. Cercetările actuale din domeniul Inteligenţei Artificiale de timp real sunt ghidate de concepţia şi realizarea de sisteme bazate pe cunoştinţe care să poată fi integrate în aplicaţii de conducere. Problema fundamentală în cazul sistemelor de conducere de Inteligență Artificială este necunoaşterea timpului de execuție cel mai defavorabil. Aceasta conduce fie la sisteme greu planificabile sau cu o scăzută utilizare. În plus, dacă abaterile timpilor de execuție a task-urilor de raționament nu sunt restricționate, acestea nu pot fi integrate în sistemele convenționale de timp real, întrucât aceste abateri pot altera proprietățile de predictibilitate ale sistemului inițial. Abaterea timpului de execuție pentru task-urile de rezolvare a problemelor se manifestă ea însăşi la două nivele: cel metodologic şi cel legat de arhitectura sistemului.

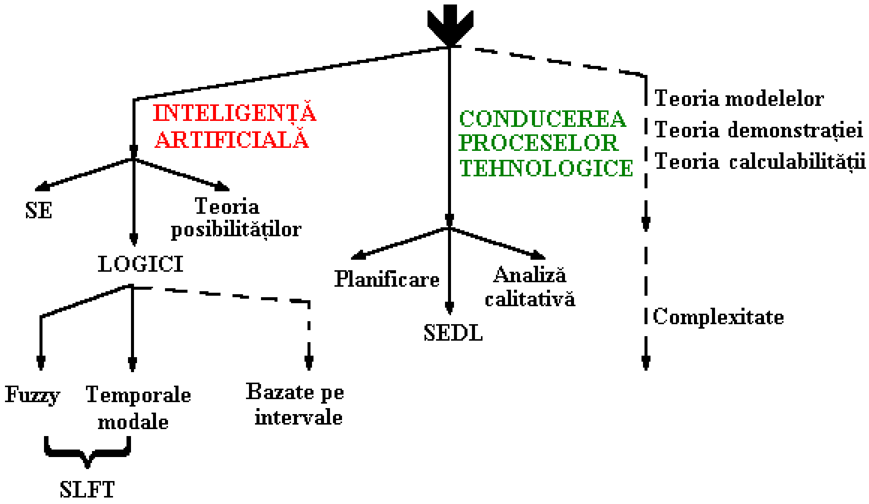

Figura 1.1 *Tehnici de bază utilizate pentru sinteza subsistemului inferențial*
(SE = Sisteme Expert, SLFT = Sisteme Logice Fuzzy Temporale, SEDL = Sisteme cu Evenimente Discrete Logice)

În vederea asigurării predictibilității unui sistem de Inteligență Artificială de timp real este necesară abordarea ei la ambele nivele. Toate aceste aspecte fac parte integrantă din obiectivele de concepție a sistemului expert elaborat. Tehnicile de bază utilizate în vederea sintezei subsistemului inferențial bazat pe logică fuzzy, care face obiectivul ştiințific al lucrării, sunt cele prezentate în figura 1.1.

1.1 Principii generale

În acest paragraf sunt evidențiate elementele reprezentative care pot sprijini fundamentarea raționamentului în sistemele simbolice de Inteligență Artificială, întrucât fiecărui mod de reprezentare a cunoştințelor îi corespunde unul sau mai mulți algoritmi de exploatare ai lor. Din punct de vedere informatic, algoritmul de raționament constituie o reprezentare procedurală a semanticii ataşată cunoştințelor.

1.1.1 Spre logici aproximative

Pentru început este necesară o scurtă introducere în calculul cu predicate clasic şi neclasic din punct de vedere a legăturilor cu teoria mulţimilor fuzzy iniţiată de Zadeh şi a L-mulţimilor fuzzy introduse de Goguen [Gog67]. În acest scop vor fi prezentate abordări logice algebrice, în care predicatele sunt interpretate ca funcţii definite pe un domeniu de interpretare cu valori într-o latice completă corespunzătoare. O mulţime fuzzy definită peste domeniul U este o funcţie de la U în intervalul [0,1].

O L-mulţime fuzzy este o funcţie definită pe domeniul U cu valori într-o mulţime ordonată L, care în particular poate fi o latice completă. Toate formulele sunt tratate în mod similar, ceea ce conduce la o caracterizare completă a acestor logici (adică au loc teoremele de completitudine). În afară de sistemele logice clasice (anexa A) sunt prezentate sistemele logice multivaluate şi ω^+-valuate ale lui Post, precum şi logicile bazate pe teoria toposurilor, acestea din urmă putând fi tratate ca un tip de logici fuzzy.

Până la sfârşitul secolului nouăsprezece, teoriile matematice au fost construite în mod intuitiv sau axiomatic, adică bazate pe idei care includeau noţiuni primitive ale proprietăţilor sau bazate pe o mulţime de axiome. Evidenţierea paradoxurilor în teoria mulţimilor intuitive a lui Cantor (cum ar fi paradoxul Russell) a condus la necesitatea construirii unor teorii matematice axiomatice. Paradoxurile din teoria mulţimilor pot fi eliminate utilizând un sistem de axiome. Primul sistem de axiome din teoria mulţimilor a fost propus de Zermelo în 1908. Totuşi metodele axiomatice n-au putut elimina alte tipuri de paradoxuri, numite paradoxuri semantice. Aceste deficienţe au condus la construirea unor teorii matematice formalizate în care sunt descrise proprietăţile unor mulţimi primitive cu ajutorul unei mulţimi de axiome, limbajul teoriei este în mod precis descris iar mijloacele logice pentru proceselele deductive sunt definite exact. Acest punct de vedere privitor la fundamentele matematice logice corespund cu cele ale şcolii formalismelor lui Hilbert. Modalităţile matematice de raţionament se bazează pe principiul că orice enunţ matematic este adevărat sau fals, fiind în mod curent formalizat în cadrul sistemelor formale logice bivaluate sau a logicilor cu predicate. A fost evidenţiată de asemenea o puternică legătură între logica clasică şi teoria algebrelor Boole. Rezultatele lui Stone în reprezentarea algebrelor Boole cu ajutorul mulţimilor extinde această relaţie în domeniul mulţimilor. Interpretarea formulelor din calculul clasic al propoziţiilor, ca funcţii peste o algebră booleană, este o generalizare a binecunoscutei metode bazată pe tabele. O extensie a acestei metode pentru calculul cu predicate clasic a fost realizată în 1950 [RS50], ceea ce a permis interpretarea formulelor ca funcţii definite pe un univers al interpretării într-o algebră booleană completă şi într-o mulţime de submulţimi ale acesteia. Această metodă a fost aplicată pentru demonstrarea algebrică a teoremei de completitudine a lui Gödel. În 1908 Brower a formulat principiile filosofice ale fundamentelor matematice cunoscute ca principii intuiţioniste. Această tendinţă, anticipată de Kant şi de matematicieni precum Kronecker şi Poincaré, a fost dezvoltată de Brower şi de şcoala sa într-o formă radicală a constructivismului. Scopul intuiţionismului este prevenirea paradoxurilor în matematică. Diferenţa fundamentală dintre punctul de vedere a celor mai mulţi matematicieni şi între intuiţionişti, constă în semnificaţia fundamentală logică şi conceptele teoretice bazate pe mulţimi în înţelegerea diferită a noţiunii de mulţime infinită şi cuvântul "există". De exemplu "există un întreg pozitiv x care satisface condiţia A(x)" este considerat de intuiţionişti ca adevărat, dacă există o metodă de construire a unui întreg pozitiv x care satisface condiţia A(x), ceea ce conduce la evidenţierea unui x care satisface această proprietate. În general matematicienii consideră aceasta ca fiind adevărată dacă există o demonstraţie bazată pe axiomele din logica clasică, în particular bazată pe demonstrarea de ordinul întâi, astfel încât "nu pentru orice x not A(x)", adică presupunerea "pentru orice x not A(x)" conduce la o contradicţie. Prin aplicarea regulii din logica clasică" dacă nu pentru orice x, not A(x), atunci există un x astfel încât A(x)" şi a regulii modus ponens, se poate infera că există un x care satisface A(x). Această demonstraţie prin reducere la o contradicţie nu evidenţiază o metodă pentru construirea unui întreg pozitiv x care să satisfacă proprietatea A(x), ea fiind refuzată de intuiţionişti. Eliminarea demonstraţiilor neconstructive pentru raţionamentul matematic, cauzează rejectarea tuturor legilor logicii clasice care conduc la astfel de demonstraţii. Calculul propoziţional şi calculul cu predicate din logica intuiţionistă a fost formalizat de Heyting în 1930 şi investigat de mulţi autori din diferite puncte de vedere. Cercetările întreprinse de Stone, Tarski şi McKinsky, au stabilit o relaţie între calculul propoziţiilor intuiţionist şi algebra submulţimilor deschise în spaţii topologice (în particular în mulţimea numerelor reale sau pe intervalul unitate) cât şi în algebre pseudobooleene. Este în mod special interesant rezultatul lui McKinsey şi Tarski, care stabileşte faptul că algebra tuturor submulţimilor deschise ale oricărui spaţiu metric dens $X \neq \emptyset$ (de exemplu spaţiul euclidian real sau intervalul [0,1]) este adecvat pentru calculul intuiţionist cu propoziţii. Aceasta a permis interpretarea propoziţiilor în calculul intuiţionist ca funcţii definite pe algebre pseudobooleene şi pe algebrele submulţimilor deschise ale spaţiilor topologice. Este surprinzător faptul că investigaţiile algebrice referitoare la logicile intuiţioniste, construite în scopul formalizării raţionamentului constructivist, au condus la interpretări în algebra tuturor submulţimilor deschise din intervalul [0,1], care sugerează interpretări în algebra fuzzy a valorilor de adevăr dacă submulţimile deschise ale intervalului [0,1] sunt tratate ca valori de adevăr fuzzy. O critică referitoare la implicaţia clasică (materială) a rezultat în formularea lui Lewis a logicilor modale S1-S5, în care conectivele propoziţionale modale "este necesar ca" şi "este posibil ca" apar precum conectivele propoziţionale din logica clasică. Aceste logici modale au fost introduse ca sisteme formale deductive a calculului propoziţiilor. Au fost construite de asemenea şi alte logici modale de către alţi autori, care joacă un rol deosebit de important în abordările teoretice din domeniul calculatoarelor şi Inteligenţei Artificiale cum ar fi logica programelor, logicile nemonotone şi logicile pentru cunoştinţe. Au fost stabilite de asemenea legături între sistemul logic modal al calculului cu propoziţii S4 şi algebrele booleene topologice cât şi cu domeniul topologiei mulţimilor. Formulele în aceste calcule pot fi interpretate ca funcţii definite pe oricare algebră de acest tip.

Raţionamentul generalizat ia în consideraţie incertitudinea şi în particular valorile de adevăr ale enunţurilor în viitor. Ideea că există enunţuri care nu sunt nici adevărate nici false, conduce la formularea lui *Lukasiewicz* din 1920 a calculului propoziţional trivalent, mai târziu m-valent şi ca o generalizare, numărabil-valent. În mod independent Post [Pos21] a introdus calculul cu predicate m-valent. Toate aceste calcule au fost construite nu ca sisteme formalizate axiomatice deductive, ci ca tabele de adevăr. În logicile multivaluate ale lui Lukasiewicz, conectivele propoziţionale se bazează pe reguli aritmetice. Un sistem logic trivalent de exemplu, poate fi dezvoltat utilizând cele trei valori de adevăr 0, 1/2 şi 1, unde 0 şi 1 corespund pentru fals şi respectiv adevărat, folosind următoarele ecuaţii: $(\forall)$ $x,y,z\in\{0,1/2,1\}$, $\neg x = 1-x$, $x\cup y=\mathbf{max}(x,y)$, $x\cap y=\mathbf{min}(x,y)$, $x\Rightarrow y$ are valoarea 1 dacă $x\leq y$ şi $x\Rightarrow y$ are valoarea $1-x+y$ dacă $x>y$. Aceleaşi ecuaţii sunt folosite şi pentru dezvoltarea sistemelor m-valuate în care valorile logice sunt: $1=(m-1)/(m-1)$, $(m-2)/(m-1),...,1/(m-1)$, $0/(m-1)=0$. În logica propoziţiilor infinit valuată a lui Lukasiewicz cu o mulţime numărabilă de valori logice, se presupune că aceste valori sunt numere raţionale din intervalul [0,1], iar în cazul unei mulţimi cel mult numărabilă de valori logice acestea sunt numere reale din intervalul [0,1]. Conectivele propoziţionale sunt definite ca mai sus. Logica Lukasiewicz cu valori de adevăr cel mult numărabilă, este considerată ca fundamente ale teoriei mulţimilor fuzzy şi drept bază logică a raţionamentului fuzzy [Gai77, Mar94].

Primul sistem logic axiomatic pentru algebrele Post m-valuate a fost construit de Rosentbloom în 1942. Calculul cu predicate multivaluate bazat pe algebrele Post de ordin mai mare sau egal cu 2 a fost raţionalizat de Rasiowa în 1969. Formulele sunt interpretate ca funcţii definite pe un univers de interpretare cu valori în lanţul $e_0\leq e_1\leq...\leq e_{m-1}$. O generalizare a algebrelor Post de ordinul m la algebre Post de ordinul ω^+ şi calculul cu predicate de ordinul ω^+ bazat pe aceste algebre a fost investigat de Rasiowa [Ras92], formulele fiind interpretate ca funcţii cu valori în lanţul infinit $e_0\leq e_1...\leq e_\omega$. Deşi există cunoscute în literatură mai multe generalizări ale algebrelor Post, mai menţionăm semialgebrele Post ale oricărei mulţimi parţial ordonată $\mathbf{T}=(T,\leq)$. Aceste algebre, introduse şi investigate de Cat Ho şi Rasiowa [CR89], constituie o generalizare a algebrelor Post bazate pe mulţimi parţial ordonate (toposuri) şi reprezintă o simplificare a celor introduse de Cat Ho şi Rasiowa în lucrarea [CR87]. Acest concept a stimulat cercetările sistemelor logice pentru raționamentul aproximativ. Pe de altă parte, semantica algebrică a logicilor aproximative bazate pe teoria toposurilor a sugerat noțiunea de LT-mulțime fuzzy, aceasta fiind o modificare a noțiunii de L-mulțime fuzzy.

O teorie a LT-mulțimilor fuzzy a fost introdusă de Rasiowa şi Cat Ho în 1992 şi aplicată în formalizarea LT-logicilor fuzzy cu predicate, considerate ca logici ale raționamentului fuzzy. În anexa A sunt prezentate notațiile şi terminologia referitoare la elemente logice de bază, teoria laticilor şi a LT-mulțimilor fuzzy.

1.1.2 Logici aproximative

Logicile aproximative bazate pe o mulțime parțial ordonată (topos) $\mathbf{T}=(T,\leq)$ şi introduse de Rasiowa, reprezintă logici ale raționamentului aproximativ. Ele au diferite interpretări şi diferite modele algebrice şi semantice, aşa cum apar în lucrarea [Ras92]. Fie $\mathbf{T}=(T,\leq)$ un topos cel mult numărabil (cu o funcție simetrică) şi fie $\mathbf{LT}=(LT,\cup,\cap,\Rightarrow,\neg,(d_t)_{t\in T}, (e_I)_{I\in LT})$ o psP-algebră de tip $\mathbf{T}$ (cu un operator de cvasi- complementare). Un limbaj formalizat $\mathbf{L}_T$ al calculului aproximativ cu predicate de tip $\mathbf{T}$ se obține pe baza unui limbaj $\mathbf{L}_i$ al calculului cu predicate intuiționist, prin adăugarea (o conectivă de cvasinegație ~ dacă $\mathbf{T}$ este simetric) conectivelor aproximative unare d_t cu $t\in T$ şi a constantelor propoziționale e_I pentru $I\in LT$.

Considerând o realizare semantică a lui $\mathbf{L}_T$, toposul $\mathbf{T}$ poate fi interpretat ca toposul tuturor agenților inteligenți care comunică. Semnificația relației $t \leq w$ cu $t,w\in T$ este că abilitățile agentului t sunt mai mici sau egale cu ale agentului w. Presupunem că toți agenții observă aceeaşi realitate şi că fiecare agent aproximează orice predicat în mod specific, în conformitate cu gradul lor de percepție asupra realității. Condiția $t \leq w$ implică faptul că pentru orice predicat p, o relație care implementează aproximația lui p de către w este conținută în relația care implementează aproximația lui p de către agentul t. În plus, presupunem că fiecare agent este conştient de predicatele aproximative ale altor agenți şi nu poate tinde să modifice punctele lor de vedere. Considerăm că orice mulțime *I* din *LT* reprezintă un *T*-grup de agenți din *T*. În concordanță cu o astfel de interpretare se poate citi d_tA ca "agentul t aproximează A" pentru orice $t\in T$ şi e_I ca "adevărat din punct de vedere al *T*-grupului *I*", şi în particular $e_\varnothing$ ca "adevărat din punct de vedere al *T*-grupului $\varnothing$". O realizare semantică a lui $\mathbf{L}_T$ în universul $U\neq\varnothing$ este orice transformare M care asociază fiecărui predicat $p\in Pred_n$ o familie $(p_{tM})_{t\in T}$ de relații n-are $p_{tM}\subseteq U^n$ (care implementează aproximațiile predicatului p de către agentul t din *T*) astfel încât dacă $t \leq w$ atunci $p_{wM} \subseteq p_{tM}$ pentru $w,t\in T$.

Satisfiabilitatea oricărei formule A prin evaluarea v: $Var\rightarrow U$ în realizarea semantică M, este definită pentru formulele care au înainte d_t pentru fiecare $t\in T$. Presupunem că:

$Mv \vdash d_t e_I$ dacă şi numai dacă $t\in I$

$Mv \vdash d_t\, p(x_1,...,x_n)$ dacă şi numai dacă $(v(x_1),...,v(x_n)) \in p_{tM}$

$Mv \vdash d_t\,(A \cup B)$ dacă şi numai dacă $Mv \vdash d_t\, A$ sau $Mv \vdash d_t\, B$

$Mv \vdash d_t\,(A \cap B)$ dacă şi numai dacă $Mv \vdash d_t\, A$ şi $Mv \vdash d_t\, B$

$Mv \vdash d_t\, d_w\, A$ dacă şi numai dacă $Mv \vdash d_w\, A$

$Mv \vdash d_t\,(A \Rightarrow B)$ dacă şi numai dacă pentru $(\forall)$ $w \leq t$: $\neg Mv \vdash d_w\, A$ sau $Mv \vdash d_w\, B$

$Mv \vdash d_t \neg A$ dacă şi numai dacă pentru $(\forall)$ $w \leq t$: $Mv \vdash d_w\, A$

$Mv \vdash d_t \sim A$ dacă şi numai dacă $\neg Mv \vdash d_{-t}\, A$ (dacă T este simetric)

$Mv \vdash d_t \cup_x A$ dacă şi numai dacă $(\exists)$ $u \in U$ astfel încât $Mv_u \vdash d_t\, A$

$Mv \vdash d_t\ \cap_x\ A$ dacă şi numai dacă $(\exists)$ $u \in U$, $Mv_u \vdash A$ unde $v_u(x) = u$ şi $v_u(y) = v(y)$ pentru fiecare $y \neq x$, $y \in Var$

$Mv \vdash A$ dacă şi numai dacă pentru $(\forall)$ $t \in T$, $Mv \vdash d_t\, A$.

O formulă A se numeşte validă în M dacă $Mv \vdash A$ pentru orice evaluare v:Var$\rightarrow$U. O formulă A este o tautologie dacă ea este validă în orice realizare semantică din L_T. O realizare semantică M este un model semantic pentru o mulțime Σ de formule din L_T dacă orice formulă A din Σ este validă în M. O formulă A este o consecință semantică a mulțimii Σ de formule din L_T dacă A este validă în orice model semantic M pentru Σ.

O realizare algebrică a lui L_T în orice univers $U \neq \emptyset$ este orice aplicație R care asignează pentru fiecare e_I, $e_{IR} = e_I$, $I \in LT$ şi pentru fiecare predicat $p \in Pred_n$ o relație n-ară LT fuzzy p_R: $U^n \rightarrow LT$ peste U.

Un sistem deductiv axiomatic pentru aproximarea calculului cu predicate de tip **T** se poate obține din calculul cu predicate intuiționist, prin adăugarea următoarelor scheme de axiome (unde semnul - este înlocuit prin operatorul $\neg$) la cele intuiționiste [Ras92]:

(**a1**) $d_t\,(A \cup B) \Leftrightarrow (d_t\, A \cup d_t\, B)$, (**a2**) $d_t\,(A \cap B) \Leftrightarrow (d_t\, A \cap d_t\, B)$, (**a3**) $d_t\, e_I$ dacă $t \in I$, $\neg d_t\, e_I$ dacă $t \notin I$, (**a4**) $d_t d_w A \Leftrightarrow d_w A$, (**a5**) $d_t\, A \cup \neg d_t\, A$, (**a6**) $(d_t\, A \cap e_t) \Rightarrow A$, (**a7**) $d_t{\sim}A \Leftrightarrow \neg d_{-t} A$, dacă **T** este simetric, unde $t \in T$, $I \in LT$ şi $A \Leftrightarrow B$ este o abreviere pentru $(A \Rightarrow B) \cap (B \Rightarrow A)$, precum şi a următoarelor reguli de inferență:

(**ri**) $\dfrac{A \Rightarrow B}{d_t A \Rightarrow d_t B}$ pentru $t \in T$ şi (**re**) $\dfrac{\{d_t A \Rightarrow d_t B\}_{t \in T}}{A \Rightarrow B}$.

Teorema de completitudine următoare caracterizează formulele care sunt consecințe semantice ale oricărei mulțimi de formul $\Sigma(L_T)$. Dacă toposul T este numărabil sau LT este numărabil, atunci pentru orice mulțime de formule Σ-consistente şi orice formulă A, următoarele condiții sunt echivalente:

i) $\Sigma \vdash A$ (adică A este deductibilă din Σ);

ii) A este validă în orice model semantic pentru Σ;

iii) d_tA este validă în orice model semantic a lui Σ pentru orice $t \in T$;

iv) d_tA este validă în orice model semantic pentru Σ şi pentru orice element maximal t din *T*;

v) A este validă în orice model algebric pentru Σ.

Cazul în care toposul **T** este (**Q**(0,1), ≤) în care **Q**(0,1) este mulţimea tuturor numerelor raţionale q astfel încât 0 < q < 1, nu este inclus în rezultatul de mai sus. Dacă (*T*, ≤) este lanţul $e_1 \leq ... \leq e_{m-1}$ pentru m≥2, atunci **LT** este izomorfă cu m-algebra Post şi teorema de mai sus reprezintă rezultatul de completitudine pentru calculul cu predicate într-o algebră Post m-valuată. Dacă toposul (*T*, ≤) este un lanţ infinit de ordinul ω, $e_1 \leq e_2 \leq ...$, atunci *LT* este izomorf cu o algebră Post liniară generalizată de ordinul ω^+ (teorema de completitudine pentru calculul cu predicate ω^+-valuate).

Alături de logicile aproximative, în concepţia unui sistem simbolic de Inteligenţă Artificială bazat pe cunoştinţe fuzzy, intervin şi caracteristicile temporale ale aplicaţiei de conducere, care impun integrarea în structura modelului de conducere a timpului sub formă explicită sau implicită.

1.1.3 Logici temporale

Integrarea aspectelor temporale în sistemele de Inteligenţă Artificială a fost insuficient abordată, justificarea fiind legată de complexitatea deosebit de mare a cunoştinţelor implicate într-un sistem expert bazat pe cunoştinţe variabile în timp. Pe de altă parte, logicile temporale clasice erau insuficient adaptate pentru exigenţele unor aplicaţii de Inteligenţă Artificială de timp real. În cazul unei logici temporale, acelaşi enunţ poate avea diferite valori de adevăr la momente de timp diferite: un enunţ adevărat la un anumit moment de timp în trecut poate să nu mai fie adevărat în prezent, iar unul adevărat în prezent poate să nu-şi păstreze valoarea de adevăr în viitor. Vom restricţiona prezentarea de faţă la o logică temporală propoziţională, astfel încât limbajul L_T se generează pornind de la anumite enunţuri atomice utilizând conective ale calculului propoziţional şi operatorii temporali P şi H pentru trecut şi F şi G pentru viitor, definiţi pentru un enunţ arbitrar A, astfel: **PA**="enunţul A a fost adevărat la un moment dat", **FA** ="A va fi adevărat la un moment dat", **HA**="enunţul A a fost adevărat pentru orice moment de timp din trecut", **GA** = "enunţul A va fi adevărat pentru orice moment din viitor". Operatorii H şi G sunt utilizaţi pentru a descrie noţiunea de validitate a propoziţiilor în trecut sau viitor, avînd loc relaţiile: FA dacă şi numai dacă ¬G¬A şi PA dacă şi numai dacă ¬H¬A. În scopul evidenţierii variaţiei valorilor de adevăr în raport cu timpul, trebuie incluse anumite noţiuni privind momentele de timp şi o anumită relaţie de precedenţă temporală.

Definiția 1.1 Un sistem formal temporal, notat SFT, constă dintr-o mulțime nevidă T de momente temporale, o relație de precedență temporală R şi o funcție $h:TxL_{1T} \rightarrow \{0,1\}$, $L_{1T} \subset L_T$, unde SFT=<T,R,h>. Funcția h ataşează fiecărui enunț atomic valorile sale de adevăr în raport cu timpul.

Semantica aferentă mulțimii L_T se obține prin extinderea funcției h la întreaga mulțime L_T astfel: **i**) $h(t,A \wedge B)=1 \Leftrightarrow h(t,A)=1$ şi $h(t,B)=1$, **ii**) $h(t, \neg A)=1, \Leftrightarrow h(t,A) = 0$, **iii**) $h(t,FA)=1, \Leftrightarrow (\exists)t' \in T$ astfel încât $(R(t, t') \wedge h(t', A)=1)$, **iv**) $h(t, PA) =1 \Leftrightarrow (\exists)t' \in T$ astfel încât $(R(t',t) \wedge h(t',A)=1)$. Proprietățile iii) şi iv) reflectă modalitatea intuitivă de înțelegere a operatorilor FA şi PA, unde R(t,t') reprezintă relația de precedență temporală dintre t şi t'. Semnificația operatorilor GA şi HA derivă din următoarele definiții: $GA \leftrightarrow \neg F \neg A$ şi $HA \leftrightarrow \neg P \neg A$, obținându-se în acest fel următoarele proprietăți: $h(t, GA) =1 \Leftrightarrow (\forall)\ t' \in T, (R(t, t') \rightarrow h(t', A)= 1)$ şi $h(t, HA) =1 \Leftrightarrow (\forall)\ t' \in T, (R(t', t) \rightarrow h(t',A)=1)$.

O propoziție este adevărată într-un astfel de sistem formal dacă valoarea ei de adevăr este 1 în orice moment de timp. Această definiție a sistemelor formale temporale se va subânțelege peste tot în acest paragraf. Singurele modificări se vor face asupra relației de precedență temporală, obținându-se astfel diferite sisteme formale temporale. O logică temporală minimală, notată K, se obține fără a impune nici o restricție asupra relației de precedență temporală R. Astfel, un enunț este K-valid dacă şi numai dacă el este adevărat în toate sistemele formale temporale. Un sistem logic temporal minimal este reprezentat prin mulțimea de enunțuri K-valide, fiind caracterizat prin regula de inferență modus ponens (MP) şi următorul sistem de axiome [Tur84]:

(**A1**) A, unde A este o tautologie	(**A2**) $G(A \rightarrow B) \rightarrow (GA \rightarrow GB)$
(**A3**) $H(A \rightarrow B) \rightarrow (HA \rightarrow HB)$	(**A4**) $A \rightarrow HFA$
(**A5**) $A \rightarrow GPA$	(**A6**) GA, dacă A este o axiomă
(**A7**) HA, dacă A este o axiomă	(**MP**) dacă A şi $A \rightarrow B$ atunci B

Toate sistemele logice temporale considerate în cele ce urmează sunt extensii ale logicii temporale minimale şi se obțin prin impunerea unor restricții asupra relației de precedență temporală. Conceperea "timpului ramificat" se obține prin fixarea a două restricții asupra relației de precedență R:

(**R1**) $(\forall)\ t, s, r \in T, ((R(t, s) \wedge R(s, r) \rightarrow R(t, r))$

(**R2**) $(\forall)\ t, s, r \in T, (R(t, r) \wedge R(s, r) \rightarrow R(t, s) \vee (t = s) \vee R(s, t))$

Restricția (R1) justifică proprietatea de tranzitivitate a relației de precedență R, în timp ce relația (R2) defineşte proprietatea de liniaritate înapoi, cu eliminarea succesiunii de ramificații temporale. Ramificarea timpului se defineşte în trecut, dar este permisă şi în viitor. În vederea axiomatizării acestei logici (enunțurile adevărate în toate sistemele formale temporale care satisfac (R1) şi (R2)), este necesară adăugarea următoarelor două axiome în raport cu axiomele (A1)-(A7):

$$(\mathbf{A8})\ FFA \to FA,\ (\mathbf{A9})\ (PA \wedge PB) \to (P(A \wedge B) \vee (P(A \wedge PB) \vee P(PA \wedge B)))$$

Axioma A8 corespunde tranzitivității şi A9 liniarității înapoi, obținându-se în acest fel sistemul formal logic temporal, notat de Rescher şi Urquhart, K_b. Perceperea timpului în acest fel este liniară, fiind prezentă într-un mare număr de aplicații practice. De exemplu, timpul absolut din fizica newtoniană este un continuum liniar, unidimensional. Această proprietate a timpului apare local şi în fizicile relativiste. În vederea evidențierii acestei concepții asupra timpului trebuie întărită relația (R2) prin eliminarea ramificațiilor viitoare cât şi a celor din trecut. Acest lucru se poate realiza impunând următoarea condiție:

$$(\mathbf{R3})\ (\forall)\ s,t \in T,\ (R(s, t) \vee (s = t) \vee R(t, s))$$

Evident (R3) este echivalentă cu conjuncția dintre (R2) şi condiția de liniaritate înainte, dată de:

$$(\mathbf{R4})\ (\forall)\ t, s, r \in T,\ (R(t, r) \wedge R(r, s) \to R(s, t) \vee (s = t) \vee R(t, s))$$

Pentru a caracteriza enunțurile adevărate în toate sistemele formale temporale care satisfac restricțiile (R1)-(R3) este necesară adăugarea la axiomele (A1)-(A9) a următoarei axiome:

$$(\mathbf{A10})\ (FA \wedge FB) \to (F(A \wedge B) \vee (F(A \wedge FB) \vee F(FA \wedge B)))$$

care corespunde liniarității înainte. Sistemul temporal logic definit de axiomele (A1)-(A10) a fost introdus de către Nino Cocchiarella. Acest sistem formal logic nu răspune însă la toate exigențele pe care le ridică timpul, de tipul: 1) există simultan un prim moment şi un ultim moment? 2) există un moment între orice două momente de timp? 3) este mulțimea T un continuum ca şi mulțimea numerelor reale? Diferite răspunsuri la aceste întrebări conduc la diferite sisteme logice temporale. Un răspuns pozitiv la prima întrebare conduce la impunerea următoarelor două restricții asupra relației de precedență temporală:

$$(\mathbf{R5})\ (\forall)\ s \in T,\ (\exists)\ t \in T, \text{ astfel încât } (R(t, s))$$
$$(\mathbf{R6})\ (\forall)\ s \in T,\ (\exists)\ t \in T, \text{ astfel încât } (R(s, t))$$

Restricția (R5) garantează faptul că timpul nu are un început iar (R6) asigură faptul că timpul nu are sfârşit. Această extensie a sistemului formal K_1 se datorează lui Dana Scott şi este referit prin K_s. Sistemul său de axiome se obține prin adăugarea axiomelor (A11) şi (A12) mulțimii de axiome (A1)-(A10) specifice lui K_1: (A11) $GA \to FA$ şi (A12) $HA \to PA$. Relativ la întrebarea a doua (dacă există un moment între oricare două momente) un răspuns pozitiv conduce la o structură a axei timpului liniară, formată din numere raționale în timp ce un răspuns negativ forțează ca mulțimea T să aibă o structură echivalentă cu structura numerelor naturale. Pentru cazul răspunsului pozitiv, mulțimea timpului trebuie să fie densă în sensul următor:

$$(\mathbf{R7})\ (\forall)\ s,t \in T,\ (\exists)\ r \in T, \text{ astfel încât } (R(s, t) \to (R(s, r) \wedge R(r, t)))$$

A. N. Prior este creditat cu formularea logicii temporale K_p în care timpul este liniar şi dens, el impunând suplimentar pentru sistemul temporal K_p față de sistemul K_s axioma: (A13) FA $\rightarrow$FFA.

Relativ la ultima întrebare (timpul este o mulțime densă precum mulțimea numerelor raționale sau un continuum ca şi mulțimea numerelor reale) se pot evidenția următoarele aspecte. Dacă se împarte o mulțime T de puncte, densă şi ordonată liniar, în două mulțimi nevide T1 şi T2, astfel încât orice punct din T1 precede pe cele din T2, pot apare trei situații: i) T1 are un ultim element dar T2 nu are un prim element; ii) T1 nu are un ultim element dar T2 are un prim element; iii) T1 nu are un ultim element şi T2 nu are un prim element. Relația de ordine definită pe T este continuă numai dacă situațiile i) şi ii) sunt adevărate, exprimate prin:

(**R8**) $(\forall)$T1, T2$\subset$T, astfel încât ((T = T1 $\cup$ T2 $\wedge$ (($\forall$)s$\in$T1, ($\forall$)t$\in$T2, (R(s, t)))$\rightarrow$ ($\exists$)s' $\in$T, astfel încât (($\forall$)s$\in$T1, R(s, s')) $\wedge$(($\forall$)t$\in$T2, R(s', t))

Restricția (R8) elimină situația iii). Această proprietate de continuum liniar complet se reflectă în axioma ce urmează: (A14) □(GA $\rightarrow$ PGA) $\rightarrow$ (GA $\rightarrow$ HA), în care pentru orice enunț B, □B este definit ca GB $\wedge$ HB $\wedge$ B. Acest sistem formal se notează cu K_c şi completează elementele de bază ce definesc sistemele formale temporale fundamentale.

În continuare vom prezenta rolul raționamentului temporal în sistemele de Inteligență Artificială, în care un rol deosebit îl au gestionarele de grafuri temporale. Un graf temporal este o structură de date care reprezintă cunoştințele temporale ale unui sistem în raport cu evenimentele acestuia (ordonarea şi durata lor) şi asupra efectelor proceselor şi acțiunilor întreprinse (de exemplu persistența acestor efecte). Caracteristicile generale ale unui graf temporal sunt următoarele: ele trebuie să permită o anumită imprecizie în datarea faptelor, să posede noțiunea de moment prezent, să poată indica persistența faptelor în timp (proprietatea p este adevărată până când se precizează că ea devine falsă). Aceste grafuri sunt tratate prin gestionare de grafuri temporale, permițând actualizarea accesului la informații datate, pentru a se putea răspunde la întrebări de forma: "alarma 1 s-a declaşanta înainte sau după alarma 2?". Un gestionar de grafuri temporale din structura unui sistem de raționament nu se interesează decât de relațiile care există între obiecte temporale şi de momentele la care evenimentele se produc, fiind permisă numai utilizarea acestor relații [Hat91]. Prezentăm două dintre cele mai influente sisteme logice temporale, cu implicații importante în aplicațiile de Inteligență Artificială: logica temporală a lui McDermott şi Allen.

A. Logica temporală McDermott. În acest caz relația de precedență temporală este tranzitivă, liniară la stânga, infinită în ambele sensuri, densă şi continuă. McDermott utilizează o logică cu predicate multisortată de ordinul întâi cu variabile, care pot semnifica momente de timp, stări, fapte sau evenimente. Fiecărei stări i se poate ataşa o dată, iar mulțimea stărilor este parțial ordonată cu ajutorul unei relații ≤ care este compatibilă cu relația de precedență temporală. Stările pot fi aranjate sub formă de istoric de evenimente sau de stări [McD88].

B. Logica temporală Allen. Acest sistem formal logic temporal este o tentativă de a îngloba raționamentul temporal în aplicațiile de Inteligență Artificială, problema de bază fiind formalizarea tipurilor de cunoştințe necesare în raționamente asupra evenimentelor şi acțiunilor. Relațiile temporale dintre intervale sunt definite în acest caz sub forma unor primitive. Fiecare din aceste relații temporale se reprezintă printr-un predicat, fiind guvernate de o mulțime de axiome. Cu ajutorul primitivelor şi a conectivelor logice se pot construi expresii logice complexe, evenimentele fiind introduse ca primitive noi în cadrul logicii lui Allen [Hry93].