

Capitolul II

DIDACTICA DISCIPLINEI MATEMATICĂ ÎN CONTEXTUL SISTEMELOR DE ÎNVĂȚĂMÂNT DIN PERIOADELE 1950 – 1989 ȘI 1990 – 2004

§ 1. Abordarea axiomatică și istorică a obiectului de studiu specific

Prin didactica disciplinei înțelegem acea parte a didacticii generale care tratează principiile și regulile de predare proprii fiecărui obiect de studiu. Didactica matematicii este o disciplină pedagogică ce cuprinde intersecția între matematică, pedagogie și psihologie. Obiectul ei de studiu se conturează din analiza raporturilor ei cu matematica și pedagogia. Didactica matematicii studiază învățământul matematic sub toate aspectele: conținut, metode, forme de organizare și evaluare. Didactica matematicii pentru învățământul școlar trebuie să indice cum să se organizeze predarea – învățarea – evaluarea noțiunilor de aritmetică, algebră, geometrie și analiză matematică din învățământul preuniversitar. Matematica constituie conținutul asupra căruia didactica disciplinei își exersează metodele. Ea se adaptează și devine specifică acestui conținut. Principalele sarcini ale didacticii disciplinei matematică sunt:

1) Modelul didacticii disciplinei trebuie să selecteze din matematica-știință conceptele, rezultatele și ideile fundamentale care vor fi predate elevilor. Selecția se face pe baza unor principii generale care au în vedere:

- studiul de dezvoltare a matematicii și perspectivele ei;
- legile stabilite de psihologie;
- strategiile cele mai eficiente indicate de pedagogie.

2) Selectarea cunoștințelor ce urmează a fi transmise elevilor este, de organizare pe anumite trepte de atractivitate și prin anumite grade de rigoare și complexitate.

3) Modelul didacticii disciplinei trebuie să identifice principalele trăsături, instrumente, metode și aplicații caracteristice diferitelor discipline matematice și să indice tiparele de gândire matematică accesibile elevilor la diferite vârste. În funcție de aceste trei sarcini, fiecare țară își stabilește propriul plan de învățământ matematic și programele școlare (analitice sau curriculare) de matematică.

4) Conținutul și metodele matematicii elementare sunt instrumente eficiente în dezvoltarea capacității de abstractizare și generalizare în dezvoltarea creativității, perseverenței și voinței elevilor.

5) Matematica a rezultat din efortul omenirii de a se adapta la mediul fizic înconjurător, dar și mediul înconjurător a fost mai ușor înțeles judecându-l după unele modele matematice. De aceea în procesul predării – învățării trebuie să se țină cont și de aceste considerente.

6) Matematica trebuie corelată și cu alte discipline ce se studiază în școală, deci didactica disciplinei are sarcina de a investiga modul în care cunoștințele matematice devin utile altor discipline.

7) Sarcina cea mai importantă ca volum a didacticii disciplinei este detalierea metodologică a fiecărei teme de studiu indicând căile potrivite pentru explicarea ei cât mai accesibilă.

8) Stabilirea mijloacelor specifice de control al activității a elevilor, a mijloacelor specifice de evaluare a progresului de învățare este o sarcină a didacticii disciplinei.

9) Modul de organizare a studiului individual cu referire la folosirea manualelor, a revistelor de matematică, a culegerilor de probleme, cade în sarcina didacticii disciplinei. De asemenea, didactica disciplinei trebuie să se ocupe și de modul de organizare a unor activități din afara clasei, cercuri de matematică, olimpiade.

Didactica disciplinei matematice, analizând în profunzime și în detaliu procesul predării – învățării – evaluării matematicii, stabilește linii directoare în organizarea acestui proces complex. Ea trebuie să ofere răspunsuri adecvate varietății de situații educaționale întâlnite în practică.

Rezultatele cercetărilor din didactica aplicată și din didactica științei sunt folosite și adaptate diferitelor situații concrete de către

învățători și profesori. Aceștia trebuie, de asemenea, să adauge noi date pe baza experienței lor didactice.

Pentru a înțelege evoluția învățământului matematic se face mai întâi o incursiune istorică asupra preocupării pentru transmiterea matematicii în decursul istoriei după care se realizează o analiză a unor manuale, programe și didactici aplicate de matematică din alte țări. Urmează o analiză asupra cadrului de realizare a sistemelor în perioada 1950 – 1989 și din perioada 1990 – 2004. Cercetarea se bazează pe studiul documentelor (programe școlare și metodici), bazată pe aplicarea metodei cercetării istorice printr-o abordare sincronică (statică în raport cu momentul respectiv) și o abordare diacronică (privind lucrurile în evoluția lor). Se realizează o prezentare a structurii precum și motivația autorului, comentariul făcut fiind atât sincronic (din perspectiva didacticii tradiționale), dar și diacronic (în termenii actuali din perspectiva modelului didacticii aplicate, cât și din perspectiva modelului didacticii științei).

De-a lungul istoriei la toate popoarele au existat preocupări pentru selectarea cunoștințelor ce urmează a fi transmise elevilor, precum și pentru organizarea lor pe anumite trepte de atractivitate și prin anumite grade de rigoare și complexitate, prin încercarea de a folosi eficient indicațiile pedagogiei.

Termenul de „metodica matematicii” a fost propus de F. A. Diesterweg (1790 – 1866) în anul 1836 într-o epocă de avânt a pedagogiei după activitatea și lucrările unor mari pedagogi precum I. A. Comenius (1592 – 1670) și I. G. Pestalozzi (1746 – 1827) acesta din urmă elaborând și lucrarea „Studierea intuitivă a numărului”.

Preocupări pentru transmiterea matematicii putem afirma că au existat, concomitent chiar cu apariția matematicii înseși. Astfel avem cele două papirusuri egiptene (papirusul Rhind de la Londra și papirusul de la Moscova) reprezentând un fel de manuale pentru școlile de scribi. Din aceste papirusuri „cărți”, se pot trage unele concluzii de natură metodică³⁷:

1) Există o sistematizare a conținutului. De exemplu în papirusul Rhind problemele sunt gradate după conținut, în probleme de aritmetică, de calculul ariilor și volumelor ce au caracter aplicativ.

³⁷ Kolman E. *Istoria matematicii în antichitate*, Ed. Științifică, 1963.

2) Nu figurează formule generale, ci toate procedeele sunt date pe exemple concrete ca un rețetar.

3) Apar primele elemente ale stilului „școlar” fiind tratate probleme elementare cu rol de aplicare a unor algoritmi.

Considerații analoge se pot face și despre matematica babiloniană. Dintre tăblițele traduse, cele cu conținut de matematică (circa 300) se preocupă de calcul, de socotit și de statistică, folosind o scriere cuneiformă într-un sistem de numerație pozițional cu baza 60. Cunoșteau teorema lui Pitagora (așa cum rezultă din tăblița Plimpton 322, al cărei text a fost publicat în 1945 de O. Neugebauer și A. Sachs), aria unui triunghi, a unui trapez, a cercului cu $\pi = 3$, volumele prisme, cilindrului și chiar teorema lui Thales. Elevul transcria pe tăblițe modele de exerciții și apoi tăblițele erau aruncate.

Din matematica hindusă precizăm câteva repere:

1) Existau manuale ca celebra Suliva-Sutra (regulile funiei) ce conțin reguli de calcul date în strofe scurte care se învățau pe de rost.

2) În „demonstrațiile” geometrice figurează foarte des pe lângă desen doar afirmația laconică: Privește!

În matematica chineză operațiile cu fracții se efectuau pe abac, după reguli amănunțite, urmărindu-se reducerea fracțiilor la forma ireductibilă. „Matematica în nouă cărți” conține reguli și algoritmi de calcul cu numere și cu fracții.

Indienii operează cu ridicări la pătrat, operații cu fracții și extrageri de rădăcini pătrate și cubice.

În Grecia Antică, matematica preelencică studiată de filozofi devine o știință deductivă ale cărei rezultate și caracteristici n-au încetat să uimească omul de știință până în zilele noastre. Socrate stabilește tipuri de raționamente logice, sofisme și paradoxuri mult apreciate de învățații Eladei. Primul matematician grec a fost Thales din Milet a cărei operă matematică se reduce numai la geometrie și constă în următoarele propoziții³⁸: 1. Unghiurile de la baza unui triunghi isoscel, sunt egale; 2. Dacă se dau o latură și unghiurile adiacente, ale unui triunghi, acesta este complet determinat (avea ca aplicație determinarea unui vas pe mare văzut din două puncte de pe mal); 3. Orice diametru împarte cercul în două semicercuri egale; 4. Două triunghiuri cu unghiuri respectiv egale,

³⁸ *Ibidem*, p. 72.

au laturile proporționale; 5. Unghiul înscris într-un semicerc este drept (presupune cunoașterea sumei unghiurilor într-un triunghi).

Se apreciază că toate aceste rezultate (formule, procedee, rezolvări, rezultate etc.) din Antichitate s-au transformat în știință atunci când s-a introdus demonstrația.

„Elementele”³⁹ lui Euclid au servit ca model de prezentare pentru științele raționale, dar mai ales în geometrie până în secolul XVII. Euclid întrebuițează în „Elemente” un mod de tratare a teoremelor și a problemelor ce constau în:

- enunțarea problemei sau teoremei;
- precizarea condițiilor care trebuie să le satisfacă datele;
- construcția figurii;
- demonstrația;
- deducerea unor formule, corolar, leme.

Primul text românesc cuprinzând indicații de metodologia predării se găsește în instrucțiunile Regulamentului Organic (1831) și aparține, probabil, lui Gheorghe Asachi. Chiar Eminescu recomanda folosirea materialului intuitiv în predare. Spiru Haret reorganizează învățământul de toate gradele cerându-i apropierea de viață și folosirea intuiției alături de raționament.

Putem vorbi de un învățământ științific al matematicii, doar de ceva mai mult de un secol.

Dacă nu găsim în mod explicit cărți de metodică, descoperim preocupări didactice la cei mai mulți dintre matematicienii cercetători romani. Astfel celebra „Culegere de probleme de geometrie” scrisă de G. Țițeica la începutul secolului (1904) a rămas și rămâne un ghid de învățare a geometriei. Traian Lalescu (autorul primei cărți din lume privind ecuațiile integrale) a avut timpul și interesul să se aplece și asupra geometriei elementare publicând „Geometria triunghiului”.

După 1948 Gazeta Matematică se bifurcă în seria A conținând foarte multe articole metodice și seria B, pentru elevi, care după 1980 cuprinde articole privind perfecționarea metodică și metodologică în matematică.

Un nume care nu poate fi uitat în acest context este cel al lui Eugen Rusu care s-a aplecat asupra fenomenului școlar (articole adresate profesorului de matematică, psihologia activității matematice, problematizare și probleme în matematica școlară ș.a.).

³⁹ Oprea M., *Scurtă istorie a matematicii*, Editura Premier, Ploiești, 2003.

§ 2. Analiza manualelor și programelor de matematică funcționale în sistemul de învățământ din diverse țări

Pentru a înțelege evoluția învățământului matematic și a preocupărilor pentru predarea – învățarea – evaluarea matematicii și dezvoltării istorice a didacticii matematicii vom face o analiză a manualelor și a programelor din diverse țări.

Este interesant modul cum Quadling D. A.⁴⁰ descrie evoluția reformei învățământului matematic de la manifestările „primului val” al anilor '60 la „revenirea la baze” caracteristică anilor '80 și tendința modernă ulterioară bazată pe instruirea curriculară.

Reformatorii au prescris un regim de rigoare matematică. Elevii au fost plasați într-un mediu aseptice și li s-au administrat regulat structuri matematice. Pentru moment s-a crezut că elevii reușesc să asimileze și să înțeleagă, însă rapid s-au constatat simptome de slabă pregătire și chiar de respingere. Motivul respingerii era că multe noțiuni abstracte erau impuse din exterior, izolând elevul de lumea exterioară. Tot Quadling (p. 119) preciza că „nu vom instaura o sănătate matematică contemplând sistemele ideale, ci în timpul participării active și al creației”⁴¹.

Analizând programele de matematică din Anglia, Franța, Belgia și alte țări, autorul menționat observă un recul al proiectelor ambițioase ale deceniilor trecute și conchide că orientarea actuală a reformei curriculare este trecerea de la prezentarea abstractă și deductivă a structurilor matematice la un învățământ teoretic și practic situate la un nivel mai puțin formal. În raportul final la cel de-al IV-lea Congres Internațional al Învățământului Matematic, (Cambridge, 1983)⁴² se menționează că trebuie fixate limite stricte în ce privește conținutul matematic ce urmează a fi predate elevilor de diverse vârste, ținând seama de resursele formative ale disciplinei în contextul cercetărilor întreprinse la nivelul psihologiei școlare.

⁴⁰ Quadling D.A. „*Algebre, analize et geometrie*” Etudes sur l'enseignement des mathematiques. vol. 4. UNESCO. Paris 1986, p.103 – 120.

⁴¹ *Idem* p.119.

⁴² Willoughby S.S., *Successes and failures of mathematics curricula in the past two decades*, In Zweng. M. Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education, Cambridge 1983. (p. 364 – 366).

Autorii din grupul britanic „School Mathematics Project”⁴³, care susțineau inițial că trebuie pus un accent deosebit pe înțelegerea cât mai devreme a structurilor algebrice, insistând asupra proprietăților operațiilor, au recunoscut ulterior, în urma numeroaselor critici care le-au fost aduse, că au exagerat în această direcție și că primele lor programe și manuale acordau un spațiu prea mic exersării deprinderilor de calcul.

În România după funcționarea pe timp de patru ani a manualelor de geometrie propuse de profesorul K. Teleman în anii '78 – 82 au fost înlocuite din aceleași cauze.

Una dintre direcțiile actuale de evoluție a sistemelor de educație este trecerea de la un învățământ destinat unor elevi dotați, la un învățământ curricular eficient pentru toți elevii și cât mai legat de realitățile obiective.

Schimbările social – economice din perioada modernă care au impus generalizarea primei trepte a învățământului secundar, prelungit, de regulă până la 16 ani, precum și exemplul programelor care au vizat introducerea „Matematicii moderne” impun anumite revizui, reevaluări și readaptări ale concepției privind proiectarea și realizarea învățământului matematic.

Valabilitatea acestei afirmații este confirmată de faptul că în cadrul celui de-al V-lea Congres Internațional al Învățământului Matematic (Adelaide, Austria 1984) o echipa principală de cercetători a fost orientată asupra temei „Matematica pentru toți”.

În acest context se constată în multe țări o discrepanță între obiectivele educației matematice existente și nevoile majorității elevilor. Fenomenul este explicat prin perpetuarea cu mici modificări, a programei tradiționale de matematică, proiectată la sfârșitul secolului XX, în condițiile unui învățământ preponderent elitist.

Concluzia generală desprinsă din studiile care abordează această problemă este necesitatea unei reforme în învățământul matematic. Datorită schimbărilor politice care au avut loc în țările est-europene, după anii '90 are loc și aici o nouă abordare curriculară a instruirii.

⁴³ Fielker, D. *Analyse de l'enseignement de la geometrie au Royaume Uni*, în: *Etudes sur l'enseignement des mathematiques*. UNESCO. Vol. 5 Paris 1987, p. 123 – 139.

Vom prezenta în continuare modul cum această problemă este caracterizată în programele de matematică din Marea Britanie, S.U.A., Franța și Rusia.

a) Marea Britanie

Înainte de 1988, sistemul britanic era un exemplu de descentralizare, programele școlare fiind selectate de către instituțiile de învățământ, sub îndrumarea autorităților locale (Local Educational Authorities). Decizia se lua în cadrul Consiliului de Administrație al școlii, iar controlul îndeplinirii obiectivelor stabilite era asigurat de către director. Concepția care a stat la baza capitolelor din manualul „Modern Mathematics for Schools” tipic anilor 70, apărut sub egida grupului de cercetare „Scottish Mathematics Group”⁴⁴ reprezintă o renunțare la abordarea tradițională. Autorii consideră că, pentru asimilarea matematicii copiii trebuie să învețe să gândească matematic asupra propriei lor experiențe. Ca urmare, punctul de plecare al cursului este reprezentat de obiectele spațiului fizic. Începând cu anul 1989, în învățământul obligatoriu din Marea Britanie s-au introdus noile programe „Național Curricula”, care includ⁴⁵:

a) elementele esențiale de conținut care vor fi studiate pe fiecare nivel de școlaritate;

b) obiectivele pedagogice, care vizează standardele de performanță asociate acestor conținuturi, standarde definite pe 10 niveluri de realizare care pot fi atinse de elevi.

Implementarea curriculumului național este însoțită de inițierea unui sistem unic de evaluare folosit pentru prima dată în învățământul britanic. El include standarde de performanță specifice matematicii, grupate în jurul a 14 obiective fundamentale.

⁴⁴ Fielker, D., *Analyze of geometry teaching in the United Kingdom*, in: Studies in mathematics education, teaching of geometry. UNESCO. Vol. 5, Paris, 1987, p. 133 – 138.

⁴⁵ *Mathematics in the National Curriculum*, Departament of Education and Science and the Welsh Office, London, 1989, p 23 – 30.

CUPRINS

DE LA DIDACTICA GENERALĂ LA DIDACTICA DISCIPLINEI DE ÎNVĂȚĂMÂNT	3
INTRODUCERE	5

Capitolul I

DIDACTICA DISCIPLINEI ÎN SISTEMUL ȘTIINȚELOR EDUCAȚIEI

§ 1. Didactica generală și didactica disciplinei: aspecte intercorelative	9
§ 2. Problematika didacticii disciplinei în sistemul științelor educației	25

Capitolul II

DIDACTICA DISCIPLINEI MATEMATICĂ ÎN CONTEXTUL SISTEMELOR DE ÎNVĂȚĂMÂNT DIN PERIOADELE 1950 – 1989 ȘI 1990 – 2004

§ 1. Abordarea axiomatică și istorică a obiectului de studiu specific	30
§ 2. Analiza manualelor și programelor de matematică funcționale în sistemul de învățământ din diverse țări	35

§ 3. Structura și motivația didacticii aplicate a matematicii în sistemul de învățământ din România ...	45
--	----

Capitolul III

FUNDAMENTELE PSIHOPEDAGOGICE ALE

ELABORĂRII PARADIGMEI DIDACTICII

DISCIPLINEI

§ 1. Dimensiunea și axiomatica didacticii disciplinei ...	51
§ 2. Obiectivele instruirii și modelele de operaționalizare a lor în procesul studierii disciplinei	59
§ 3. Conținuturile curriculare ale instruirii pentru disciplina matematică	80
§ 4. Strategii de predare – învățare – evaluare a disciplinei	91
§ 5. Evaluarea randamentului școlar. Conținuturile și formele evaluării	110
§ 6. Fundamentarea psihologică a predării – învățării – evaluării disciplinei	116
§ 7. Valorificarea schemei definatorii privind cunoașterea disciplinei	134
§ 8. Proiectarea curriculară a disciplinei	142

Capitolul IV

CONSTRUIREA PARADIGMEI PSIHOPEDAGOGICE

A DIDACTICII DISCIPLINEI

§ 1. Fundamentele epistemologice ale didacticii științei	149
§ 2. Fundamentele psihologice ale didacticii științei ...	159
§ 3. Unitatea dintre modelul didacticii aplicate și modelul didacticii științei	168
§ 4. Prezentarea analitico-sintetică a paradigmei psihopedagogice a didacticii disciplinei	175
BIBLIOGRAFIE	181